А.Б. Чернышев, В.А. Козлов, М.С. Назарцев

Анализ автоколебательных процессов в диссипативных системах

Автоколебания или периодические процессы в нелинейных системах являются часто встречающимися и практически важными режимами функционирования этих систем. Если рассчитанная по линейным моделям система переходит в неустойчивый режим, то чаще всего колебания расходятся до некоторого значения амплитуды. Системы с автоколебательными режимами функционирования находят практическое применение для поддержания различных процессов, например, температуры. Точное определение формы и параметров периодических режимов возможно только для некоторых типов нелинейных систем, например, релейных. Большое значение для исследования нелинейных систем имеет их порядок. В системах второго порядка для исследования предельных циклов чаще всего используется метод фазовой плоскости. Если системы управления описываются моделями более высоких порядков и имеют сложные нелинейные характеристики, то используют в основном приближенные методы исследования периодических режимов. Приближенный метод гармонического баланса дает необходимую информацию о существовании периодических режимов в нелинейных системах, а также их числе и значениях параметров. Частотный метод гармонического баланса обладаем рядом достоинств, таких как наглядность, физичность. Указанный метод дает возможность получить зависимость показателей качества процессов от вида и параметров нелинейности, структуры и параметров линейной части. Эти возможности являются предпосылкой решения задач синтеза. По результатам, полученным методом гармонического баланса, могут быть оценены начальные условия для компьютерного моделирования систем с возможностью последующего уточнения форм и параметров локализованных периодических режимов [1].

В отличие от других колебательных процессов в диссипативных системах, для поддержания автоколебаний не требуется колебательных воздействий извне. Примерами автоколебаний являются, например колебание струны при движении смычка скрипки, колебание тока в радиотехническом генераторе, колебание воздуха в органной трубе, маятника в часах и т.д. Процесс автоколебаний появляется в результате колебательных неустойчивостей с последующей стабилизацией этих неустойчивостей. Стабилизация возникает в результате прекращения притока энергии от источника или же значительного, роста потерь энергии, т.е.

диссипации. Автоколебания в стационарном режиме функционирования системы определяются из условия энергетического баланса. Пусть $Q(I)$ – диссипативные потери энергии за некоторый период времени, где I – интенсивность автоколебаний. Диссипативные потери должны точно компенсироваться поступлением энергии $E(I)$ от источника:

$$Q(I_0)=E(I_0).$$

Тогда, если в стационарном режиме функционирования системы I_0 потери энергии $Q(I)$ при изменении I растут быстрее, чем ее приток $E(I)$, то режим автоколебаний будет устойчивым с энергетической точки зрения, если же приток энергии $E(I)$ увеличивается быстрее, чем ее потери $Q(I)$, то стационарный режим будет неустойчивым. Функции Q и E обычно зависят не только от интенсивностей автоколебаний, но и также чаще всего еще и от фаз автоколебаний, поэтому энергетический метод определения устойчивости автоколебаний в общем случае является неприменимым [2].

Для простейших автоколебательных процессов обычно выделяют следующие системы: колебательная с затуханием, система, представляющая собой нелинейный ограничитель, усилитель колебаний, а также нелинейное звено обратной связи. Принципиальной особенностью автоколебательных систем является их нелинейность, так как именно благодаря нелинейности колебания не могут нарастать безгранично, нелинейность управляет пополнением и потерями энергии источника.

В фазовом пространстве в качестве геометрического образа автоколебаний в стационарном режиме функционирования системы служит аттрактор. Это траектория или множество траекторий, расположенных в ограниченной области фазового пространства. Указанная траектория притягивает к себе все близкие к ней другие траектории. В системах 2-го порядка существует лишь простейший, так называемый, нетривиальный аттрактор. В связи с тем, что траектории на фазовой плоскости пересекаться не могут, простейший аттрактор представляет собой замкнутую траекторию, к которой стремятся все остальные ближайшие траектории. Указанная траектория носит название предельный цикл. Таким образом, предельный цикл – это геометрический образ периодических автоколебаний. По параметрам предельного цикла можно определить амплитуду автоколебаний, период автоколебаний или время движения по циклу изображающей точки. По форме предельного цикла можно определить форму колебаний.

Рассмотрим замкнутую систему с одним нелинейным элементом (см. рис. 1). Проанализируем свободное движение системы, т.е. движение при ненулевых начальных условиях, при нулевом входном сигнале $x(t) = 0$.

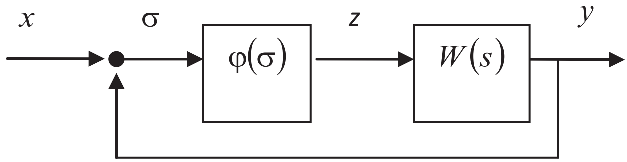

Рис. 1. Замкнутая система с одним нелинейным элементом

Известно, что при отсутствии внешних воздействий свободное движение линейной части системы является периодическим, при условии, что корни характеристического уравнения будут чисто мнимые. Но в реальных системах такие движения практически не реализуются, так как даже при незначительном изменении параметров системы, система переходит в режим либо затухающих колебаний, либо становится расходящейся, то есть, у корней характеристического уравнения неизбежно будут появляться либо отрицательные либо положительные действительные части. В отличие от линейных систем, в нелинейных системах управления, при отсутствии внешних воздействий возможны устойчивые периодические движения.

Пусть известны: $\varphi(\sigma)$ – нелинейная характеристика системы; $W(s)$ – передаточная функция линейной части системы. Необходимо определить возможность наличия автоколебаний в системе. Если автоколебания возможны, то требуется определить параметры автоколебаний, т.е. амплитуду $a_П$ и частоту $\omega_П$ предельного цикла.

Одним их методов анализа периодических движений систем управления с одним нелинейным элементом является методом гармонической линеаризации ее нелинейного элемента. Принципиальное отличие гармонической линеаризации от обычной линеаризации состоит в том, что коэффициенты гармонически линеаризованного элемента непостоянны и зависят от амплитуды входного сигнала. При разных амплитудах входного сигнала эквивалентная прямолинейная характеристика будет иметь разный наклон.

В системах с распределенными параметрами характер автоколебаний зависит не только от вида нелинейной характеристики, а также в значительной мере – от особенностей дисперсии среды и от граничных условий [3]. На практике при анализе и синтезе систем с распределенными параметрами используют разложение функций на пространственные моды, например с использованием бесконечного ряда Фурье. При таком представлении появляется возможность воспринимать каждую моду как условно независимый сосредоточенный контур. Однако в этом случае неизбежным является усечение количества этих мод. В некоторых частных случаях спектр возбуждения мод, а также особенности их влияния друг на друга можно принять такими, что при анализе автоколебаний, можно ограничиться описанием системы с помощью одной моды или же их сравнительно небольшого количества. В общем случае автоколебания в резонаторах, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных с соответствующими граничными условиями, невозможно адекватно описать с использованием конечномерной динамической системы. Однако чаще всего, на практике, например, благодаря наличию прогрессирующей диссипации или же в результате уменьшения пространственного масштаба пульсации такое конечномерное описание оказывается справедливым.

Библиографический список

1. Айзерман М.А. Теория автоматического регулирования. М.: Наука, 1966. 452 с.
2. Душин С.Е., Зотов Н.С., Имаев Д.Х. и др. Теория автоматического управления; под ред. В.Б. Яковлева. М.: Высшая школа, 2003.
3. Чернышев А.Б. Адаптация частотного критерия абсолютной устойчивости к системам с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 7. С. 13-18.