А.Б. Чернышев, З.Р. Майрансаев

Формирование сигнала в результате импульсных воздействий

Процесс формирования температурного поля является одной из задач управления системами с распределенными параметрами. Математическая модель таких систем может быть представлена в виде уравнений или систем уравнений любой природы, интегральных, интегро-дифференциальных, дифференциальных. На практике распределенные системы чаще всего описываются дифференциальными уравнениями в частных производных или системами дифференциальных уравнений в частных производных. Особенностью систем с распределенными параметрами является то, что управляемые величины таких систем зависят помимо времени, еще и от координат объекта по пространству [1, 2].

Рассмотрим процесс формирования сигнала в тонком стержне длиной l. Предположим, что стержень теплоизолированный и однородный по составу материала. Расположим на стержне три точечных источника тепла в точках ξ_1, ξ_2, ξ_3. Расположим также три датчика в точках x_1, x_2, x_3. Предположим, что на концах стержня температура равна нулю. Пусть в начале процесса температура также равна нулю во всех точках.

Пусть требуется стабилизировать температурное поле на некотором значении $T_{зад}$ [3, 4]. Будем оказывать температурное воздействие на стержень посредством трех источников тепла. Реализуем принцип регулирования по отклонению реального значения выходной функции от заданного значения в точках установки датчиков. В начале процесса регулирования (при $\tau = 0$) во всех точках значение температуры равно нулю, т.е. меньше значения $T_{зад}$, следовательно, будут включаться источники во всех трех точках их установки.

Чтобы определить численное значение температуры в точках, в которых установлены датчики, используем функцию Грина. Будем учитывать, что каждый из мгновенных точечных источников оказывает воздействие на каждый из датчиков. Естественно, это воздействие будет различным для каждого источника и датчика, его величина зависит как от расстояния между конкретным источником и конкретным датчиком, так и от времени включения источника. Получим воздействие каждого из трех источников на первый датчик:

$$T(x_1,t,\tau_0,\xi_1)=\frac{2}{l}\sum_{n=1}^{k}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2 t\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_1\sin\frac{\pi n}{l}\xi_1;$$

$$T(x_1,t,\tau_0,\xi_2)=\frac{2}{l}\sum_{n=1}^{k}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2 t\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_1\sin\frac{\pi n}{l}\xi_2;$$

$$T(x_1,t,\tau_0,\xi_3)=\frac{2}{l}\sum_{n=1}^{k}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2 t\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_1\sin\frac{\pi n}{l}\xi_3.$$

Суммарное воздействие источников на первый датчик:

$$T(x_1,t,\tau_0)=\sum_{i=1}^{3}\ \sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2 t\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_1\sin\frac{\pi n}{l}\xi_i.$$

Аналогично, можно записать функции, определяющие воздействие всех источников для датчиков в точках x_2 и x_3. В общем виде, при наличии произвольного количества источников и датчиков – d, получим выражение для любой фиксированной точки наблюдения x_j:

$$T(x_j,t,\tau_0)=\sum_{i=1}^{d}\ \sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2 t\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_j\sin\frac{\pi n}{l}\xi_i;\quad j=1,2,\ldots d\,.$$

Далее, под воздействием нулевых граничных условий, температура будет понижаться во всех точках стержня [5]. В определенный момент в некоторой точке x_j температура достигнет значения меньшего $T_{зад}$. Тогда будет включаться источник в точке ξ_j. Время первого включения обозначим τ_1. Предположим, что текущее значение температуры стало меньше заданного в точке x_1 (при j=1), тогда получим:

$$T(x_1,t,\tau_1,\xi_1)=\sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2(t-\tau_1)\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_1\sin\frac{\pi n}{l}\xi_1;$$

$$T(x_2,t,\tau_1,\xi_1)=\sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2(t-\tau_1)\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_2\sin\frac{\pi n}{l}\xi_1;$$

$$T(x_3,t,\tau_1,\xi_1)=\sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2(t-\tau_1)\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_3\sin\frac{\pi n}{l}\xi_1.$$

При этом на каждый из датчиков продолжается действие источников тепла, которые были включены в начальный момент времени [6]. Все воздействия будут накладываться друг на друга. Получим выражение для первого датчика:

$$T(x_3,t,\tau_1,\xi_1)=\sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2(t-\tau_1)\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_3\sin\frac{\pi n}{l}\xi_1$$
$$+\sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2(t-\tau_1)\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_1\sin\frac{\pi n}{l}\xi_1;$$

Предположим, что точка установки датчика произвольная, но фиксированная и количество источников также произвольное d. Тогда выходная функция будет иметь вид:

$$T(x_j,t)=\sum_{i=1}^{d}\ \sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2 t\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_j\sin\frac{\pi n}{l}\xi_i+$$
$$+\sum_{p}\ \sum_{n=1}^{k}\frac{2}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2(t-\tau_p)\right]\sin\frac{\pi n}{l}x_j\sin\frac{\pi n}{l}\xi_{z(p)};$$

где d – число источников; p = 1, 2, 3…– условный порядковый номер включающегося источника; $z(p)$ – источник, действующий в данный момент времени; τ_p – время начала воздействия источника $z(p)$.

Таким образом, в результате использования функции Грина появляется возможность формирования температурного поля произвольной конфигурации. Формирование поля требуемой конфигурации достигается в результате выбора количества источников и их расположения. Если точечные источники тепла расположены равномерно, то возникает проблема пространственной дискретизации отрезка.

Библиографический список

1. Батчаев И.З., Кочкаров А.М. Векторная задача покрытия предфрактальных графов звездами ранговых типов // Известия ТРТУ. 2004. № 8 (43). С. 301-302.
2. Дровосекова Т.И., Рудакова Т.А., Цаплева В.В. Моделирование обогрева тепличных помещений с использованием геотермальных вод // Современная наука и инновации. 2018. № 1(21). С. 8-14.
3. Семенов М.Е., Соловьев А.Ю., Тимченко О.В. Алгоритмы структурной оптимизации сетей связи // Системы управления и информационные технологии. 2009. Т. 37. № 3-1. С. 195-199.
4. Чернышев А.Б., Антонов В.Ф., Ильюшин Ю.В. Моделирование релейно-импульсных распределенных систем. Пятигорск: изд-во ПГГТУ, 2012. 248 с.
5. Чернышев А.Б., Козлов В.А., Багдамян В.Е Оценка интервалов времени включения управляющих воздействий в процессе стабилизации температурного поля // Научное обозрение. 2013. № 5. С. 98-104.
6. Martirosyan A.A., Martirosyan K.V., Chernyshev A.B. Methods of distributed system's structured modelling//В сборнике: Proceedings of the 2016 IEEE North West Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference, EIConRusNW 2016. С. 283-289.